



**MATERIAUX ET  
NANOTECHNOLOGIES**

**4 MNT  
DEVOIR SURVEILLE  
Fonctions de l'Electronique**

le mercredi 13 juin 2007  
Durée : 3 heures

- Nota Bene :**
- Documents non autorisés.
  - Nombre de pages totales : 11
  - Nombre de pages annexes : 5
  - Nombre d'annexe à rendre avec la copie : 1

*Le sujet comporte un exercice et un problème ainsi qu'une partie « bonus » comportant des questions de cours. Chaque partie peut être traitée de manière indépendante. La qualité, la clarté de la présentation ainsi que l'orthographe seront pris en considération dans la notation. Le barème est donné à titre indicatif.*

**EXERCICE N°1 : modulation d'amplitude et de fréquence (8 points)**

- 1) Rappeler en quelques lignes l'intérêt de la modulation.
- 2) La figure de l'annexe A représente une simulation d'un signal **modulé en amplitude avec porteuse**.
  - a. Indiquer directement sur la figure, et dans les cases prévues à cet effet, quelle est l'onde porteuse et quelle est l'onde modulante.
  - b. Déterminer graphiquement la fréquence de l'onde porteuse  $f_p$  et la fréquence de l'onde modulante  $f_m$ .
  - c. Sachant que le taux de modulation est  $m = 50\%$  et que l'amplitude de l'onde porteuse est  $A_p = 1V$ , déterminer l'amplitude du signal modulant  $A_m$ .
- 3) Un signal modulé en amplitude est créé avec une onde porteuse de fréquence  $f_p = 162 \text{ kHz}$  et un signal de modulation sinusoïdal de fréquence  $f_m = 10 \text{ kHz}^\dagger$ .
  - a. Quelles sont les fréquences contenues dans le signal modulé ? Calculer les longueurs d'ondes correspondantes. En déduire la largeur spectrale, en fréquence et en longueur d'onde. On prendra pour la célérité de la lumière  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .
  - b. Sachant que la puissance totale de l'émetteur de France-Inter est  $P_T = 2000 \text{ kW}$  et que le taux de modulation est  $m = 75\%$ , calculer les puissances transportées respectivement dans les bandes latérales  $P_B$  et dans la porteuse  $P_p$ .

<sup>†</sup> Ces données correspondent à l'émetteur de France-Inter.

**Rappel** : le rapport de la puissance véhiculée dans les bandes latérales à la puissance totale s'exprime selon la relation :

$$\frac{P_B}{P_T} = \frac{m^2}{m^2 + 2}$$

4) Un modulateur de fréquence délivre un signal tel que  $S_m = 2V$ ,  $f_m = 15 \text{ kHz}$ ,  $f_p = 10 \text{ MHz}$  et  $m_{FM} = 1$ .

- Calculer l'excursion (ou déviation) de fréquence  $\Delta f$  de ce signal.
- En utilisant la table des fonctions de Bessel fournie en annexe B, déterminer les différentes composantes spectrales attendues. Calculer leurs amplitudes respectives et représenter le spectre de l'onde FM.

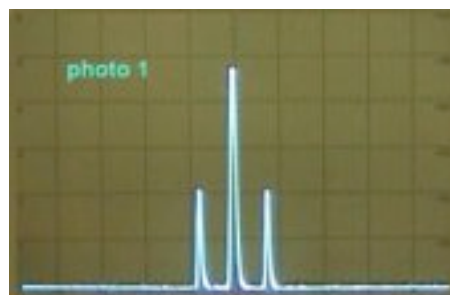
5) On considère une porteuse sinusoïdale d'amplitude  $S_m$ , modulée en fréquence autour de  $f_c = 10 \text{ MHz}$  par un signal modulant sinusoïdal de fréquence  $f_m = 10 \text{ kHz}$ . L'indice de modulation vaut  $m_{FM} = 3$ . La puissance du signal est de 25 dBm sur une résistance de 25  $\Omega$ . On rappelle que la puissance totale  $P$  fournie par l'onde modulée dans une résistance  $R$  est égale à la somme des puissances véhiculées par la porteuse et par les deux bandes latérales. Celle-ci s'exprime selon la relation :

$$P = \frac{S_m^2}{2R} \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} J_k^2(m_{FM})$$

- Quelle différence majeure y a-t-il par rapport à la puissance totale véhiculée par un signal modulé en amplitude avec porteuse ?
- Déterminer l'amplitude  $S_m$  du signal modulé.
- En utilisant la table des fonctions de Bessel fournie en annexe B, déterminer les différentes composantes spectrales attendues. Calculer leurs amplitudes respectives et représenter le spectre de l'onde FM.

**Rappel** :  $P(\text{dBm}) = 10 \log(P/P_{\text{ref}})$  avec  $P_{\text{ref}} = 1\text{mW}$

6) L'analyseur de spectre permet de visualiser l'amplitude d'un signal en fonction de la fréquence. Partant d'un signal inconnu  $s(t)$  modulé en amplitude, on réalise une mesure au laboratoire. Comme le montre l'enregistrement ci-dessous, **l'analyseur de spectre détecte trois pics** : un pic principal à la fréquence 650 kHz et deux pics secondaires, de même amplitude, respectivement à 640 kHz et à 660 kHz, dans le rapport de 30% par rapport au pic principal.



- Déterminer la fréquence de la porteuse  $f_p$  et celle du signal modulant  $f_0$ . Quelle est la largeur spectrale de ce signal ?
- L'analyse spectrale du signal inconnu  $s(t)$  s'obtient en prenant sa transformée de Fourier. Le spectre  $S(f)$  de  $s(t)$  peut se mettre sous la forme suivante :

$$S(f) = A_p \left[ \delta(f - f_p) + \frac{m}{2} (\delta(f - f_p + f_0) + \delta(f - f_p - f_0)) \right]$$

Déterminer la valeur de l'indice de modulation  $m$ .

**PROBLEME : étude d'un oscillateur à quartz (12 points)**

L'oscillateur à cristal est la solution naturelle lorsque la **fréquence des oscillations doit être stable et précise**. Un oscillateur à quartz permet d'obtenir des oscillations dont la fréquence est comprise entre quelques dizaines de kHz et quelques dizaines de MHz. L'objectif de ce problème est d'étudier le principe de fonctionnement d'un tel oscillateur. Pour ce faire, le modèle électrique du quartz sera étudié dans la partie A. L'oscillateur à quartz ainsi que la condition d'oscillation nécessaire à la génération de la tension sinusoïdale seront analysés dans la partie B.

**PARTIE A : ETUDE DU QUARTZ**

1) On utilise un quartz de fréquence 3,2768 MHz. Le schéma équivalent du quartz est représenté sur la figure 1 de l'annexe C. Montrer que l'expression de l'impédance complexe  $Z_Q(j\omega)$  du quartz s'exprime en fonction de la pulsation  $\omega$  selon la relation :

$$Z_Q(j\omega) = \frac{1 + jC_s\omega(r + jl_s\omega)}{j(C_s + C_p)\omega + j^2C_sC_p\omega^2(r + jl_s\omega)}$$

2) On néglige la résistance  $r$  du quartz. Donner l'expression simplifiée de l'impédance complexe  $Z_Q(j\omega)$ . En déduire la valeur de l'impédance du quartz en continu.

3) En négligeant la résistance  $r$  du quartz, montrer que l'expression simplifiée de l'impédance complexe peut se mettre sous la forme :

$$Z_Q(j\omega) = \frac{1}{jC_{eq}\omega} \left[ \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2} \right]$$

En déduire par identification les expressions de la capacité équivalente  $C_{eq}$ , ainsi que des pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .

4) Le système possède deux fréquences de résonance définies par :  $f_1 = \omega_1/2\pi$  (**fréquence de résonance série**) et  $f_2 = \omega_2/2\pi$  (**fréquence de résonance parallèle**). Montrer que  $f_1 < f_2$ .

- 5) Déterminer la valeur des fréquences  $f_1$  et  $f_2$  ainsi que l'écart  $f_1-f_2$  pour le quartz considéré. On prendra :  $l_s = 66,266 \text{ mH}$  ;  $C_s = 3,560 \cdot 10^{-14} \text{ F}$  ;  $C_p = 8,900 \cdot 10^{-12} \text{ F}$ .
- 6) Etudier les variations du module et de l'argument de  $Z_Q(j\omega)$  en fonction de la pulsation  $\omega$ .
- 7) En déduire la nature de l'impédance du quartz à l'intérieur des différents intervalles de pulsation définis par  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Conclure.

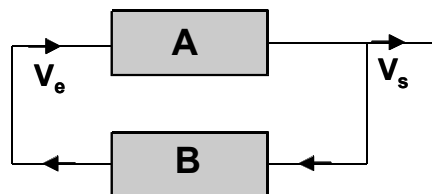
### PARTIE B : ETUDE DE L'OSCILLATEUR

L'oscillateur à quartz étudié est représenté sur la figure 2 de l'annexe C. Ce dernier est réalisé à partir d'un inverseur CMOS (C : Complémentaire ; M : Métal ; O : Oxyde ; S : Semiconducteur)<sup>‡</sup> possédant une impédance d'entrée infinie et une impédance de sortie nulle. La caractéristique de l'inverseur est donnée sur la figure 3 de l'annexe C. Soit  $V_e$  la tension d'entrée de l'inverseur,  $V_s$  sa tension de sortie en régime statique (régime continu de polarisation) et P son point de polarisation caractérisé par  $V_e = V_s = V_{cc}/2$  ( $V_{cc}$  correspondant à la tension d'alimentation fixée à 15 V).

Lorsque l'inverseur est associé au quartz (association inverseur-quartz), les variations des grandeurs d'entrée et de sortie autour du point P sont respectivement notées  $V_e(t)$  et  $V_s(t)$ . Ainsi, l'inverseur, travaillant autour de son point de fonctionnement se comporte comme un amplificateur linéaire. On appelle  $A=V_s/V_e$  sa transmittance qui sera supposée réelle.

Dans la suite du problème, on ne tiendra pas compte de la résistance  $R_{31}$  ( $1M\Omega$ ) et on posera  $C_{31} = C_{32} = C_3$ .

- 1) L'oscillateur à cristal représenté sur la figure 2 de l'annexe C peut se mettre sous la forme du schéma-blocs ci-dessous :



avec A le schéma-bloc représentant l'amplificateur réalisé à partir de l'opérateur CMOS et B celui lié à la chaîne de retour (comprenant les composants  $R_{32}$ ,  $C_{31}$ ,  $C_{32}$  et le quartz).

Montrer que la fonction de transfert du réseau de réaction B constituée par le quartz associé aux deux condensateurs  $C_3$ , et à la résistance  $R_{32}$  peut se mettre sous la forme :

$$B(j\omega) = \frac{1}{jR_{32}C_3\omega + (1 + jR_{32}C_3\omega)(1 + jC_3\omega Z_Q(j\omega))}$$

<sup>‡</sup> La technologie CMOS est une technologie utilisant systématiquement deux transistors MOS complémentaires : un de type N (conduction assurée par les électrons) et l'autre de type P (conduction assurée par des trous).

Dans cette expression  $Z_Q(j\omega)$  est l'impédance complexe du quartz définie à la question 3) de la partie A du problème.

2) Si l'on admet une légère variation de la tension d'entrée  $V_e(t)$  autour du point de repos P, alors le point de fonctionnement suit la caractéristique  $V_s(V_e)$  entraînant ainsi une variation de la tension de sortie  $V_s(t)$ . On obtient donc un point de fonctionnement linéaire caractérisé par les points limites A et B. En utilisant la figure 3 de l'annexe C, déterminer la valeur numérique de la fonction de transfert A de l'amplificateur.

3) Enoncer le critère d'oscillation de Barkhausen.

4) Montrer que la fréquence d'oscillation du système étudié peut s'écrire selon la relation :

$$f_0 = \frac{\omega_1 \omega_2}{2\pi} \sqrt{\frac{2C_{eq} + C_3}{2C_{eq}\omega_1^2 + C_3\omega_2^2}}$$

Calculer la valeur numérique de la fréquence d'oscillation  $f_0$ . On prendra  $C_3 = 100$  pF.

5) Montrer que l'application du critère de Barkhausen permet également de dégager la condition d'oscillation du système. En particulier, on montrera qu'il existe une valeur minimale de A notée  $A_{min}$  pouvant s'exprimer directement en fonction de  $C_3$ ,  $C_{eq}$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  et  $\omega_0$ .

6) La figure 4 de l'annexe C représente les courbes  $|B(j\omega)|$  et  $\text{Arg}(B(j\omega))$  obtenues avec un quartz réel. Déterminer la fréquence d'oscillation du système. Le système oscille-t-il ? Comment est la tension de sortie ? Discuter et conclure.

### QUESTIONS DE COURS BONUS (3 points)

*Toute réponse devra être justifiée avec quelques lignes explicatives. Les questions sont indépendantes.*

- 1) Rappeler brièvement le principe de fonctionnement d'un démodulateur à détection d'enveloppe.
- 2) Donner la définition d'une bascule monostable ? astable ?
- 3) Quel est l'intérêt du circuit intégré NE555 ?
- 4) Qu'est ce qu'une « boucle à verrouillage de phase » ? Donner un exemple d'application.
- 5) Qu'appelle t-on « oscillateur commandé en tension » ? Donner un exemple d'application.